Підготовка: самостійна чи з репетитором?

Не обов’язково готуватись з репетитором. Звісно, це зручно, ефективно, але й дорого. Якщо є своя голова на плечах, можна працювати з однокласниками або «колегами», такими ж майбутніми ЗНОшниками онлайн. Якщо разом розв’язувати задачі, ділитись відповідями, а ще краще – **пояснювати щось**, тоді це вийде дуже ефективна підготовка. В гурті працюється легше, швидше й продуктивніше.

А проблемні моменти, з якими так і не вдалось розібратись, ще є час запитувати у свого вчителя.

Скалярний добуток. Кут між векторами,

Скалярний добуток векторів, що задані своїми координатами.

Якщо вектори $\vec{\boldsymbol{a}}і\vec{\boldsymbol{b}}$ задані своїми координатами$a(x_1; y_1; z_1)іb(x_2; y_2; z_2)$в прямокутній декартовій системі координат, то

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

Отже, *скалярний добуток двох векторів дорівнює сумі добутків однойменних координат цих векторів.*

Скалярним добутком двох ненульових векторів називається число, яке дорівнює добутку довжин цих векторів на косинус кута між ними. Якщо з двох векторів хоча б один вектор нульовий, то скалярний добуток цих векторів дорівнює нулю.

Скалярний добуток векторів $\vec{\boldsymbol{a}}і\vec{\boldsymbol{b}}$позначають $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$. Отже, за означенням

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}| \boldsymbol{cos}(\widehat{\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}}) \qquad \textbf{(1)}$$

Якщо $a = b$, то скалярний добуток набирає вигляду $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a}$**.** Його називають скалярним квадратом вектора $\boldsymbol{a}$і позначають символом $\boldsymbol{a}^2$. Очевидно, що $\boldsymbol{a}^2 = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a} = |\boldsymbol{a}|^2$.

Властивості скалярного добуткувекторів

1.Якщо вектори $\vec{\boldsymbol{a}}і\vec{\boldsymbol{b}}$ненульові, то скалярний добуток дорівнює нулю тільки у випадку, якщо $\vec{\boldsymbol{a}}і\vec{\boldsymbol{b}}$перпендикулярні.

2. Якщо φ - гострий кут, то $ab > 0$

3.Якщоφ - тупий кут, то $ab < 0$

4.Скалярний добуток має переставну властивість $a \cdot b = b \cdot a$

5. Скалярний добуток має розподільну властивість $(a+b)c = ac + bc$

6. Скалярний множник можна виносити за знак скалярного добутку, тобто

$$(\mu a)b = \mu(ab)a(\mu b) = \mu(ab)$$

Обчислення кута міждвома векторами.

За означенням скалярного добутку $\boldsymbol{a \cdot b = |a| \cdot |b| cos(\widehat{a;b})}$ **.**
Отже, якщо $a \neq 0$ $ib \neq 0$, то

$$\mathbf{cos}\left(\widehat{\boldsymbol{a;b}}\right) = \frac{\boldsymbol{a \cdot b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|} \qquad \textbf{(2)}$$

тобто, косинус кута між ненульовими векторами $\vec{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{i}\vec{\boldsymbol{b}}$ дорівнює скалярному добутку цих векторів, поділеному на добуток їхніх довжин.
Нехай у просторі маємо прямокутну декартову систему координат, і нехай задано вектори $\vec{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{i}\vec{\boldsymbol{b}}$ задані своїми координатами$a(x_1; y_1; z_1)$і$b(x_2; y_2; z_2)$.
Тоді як відомо
$\boldsymbol{a \cdot b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$, $|a| = \sqrt{{x_1}^2 + {y_1}^2 + {z_1}^2}$, $|b| = \sqrt{{x_2}^2 + {y_2}^2 + {z_2}^2}$, дістанемо формулу

$$\mathbf{cos}\left(\widehat{\boldsymbol{a;b}}\right) = \frac{\boldsymbol{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}}{\sqrt{\boldsymbol{x_1}^2 + \boldsymbol{y_1}^2 + \boldsymbol{z_1}^2} \cdot \sqrt{\boldsymbol{x_2}^2 + \boldsymbol{y_2}^2 + \boldsymbol{z_2}^2}} \qquad \textbf{(3)}$$

Ця формула дає змогу обчислити косинус кута між векторами $\vec{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{i}\vec{\boldsymbol{b}}$ за координатами цих векторів.

<u>Приклади</u>

1. Знайти скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $в$, якщо $\vec{a}$(-2; 3; 1), $\vec{b}$(-4; -5; 2).

<u>Розв'язування.</u>

$\vec{a} \cdot \vec{b}$=-2$\cdot (-4) + 3 \cdot (-5) + 1 \cdot 2 = 8 - 15 + 2 = -5$

2 . Дано вектори $\vec{a}$(2; -1; 4), $\vec{b}$(5; 3; n). При якому значенні п скалярний добуток векторів дорівнює -3?

<u>Розв'язування.</u>

$\vec{a} \cdot \vec{b}$=2$\cdot 5 + (-1) \cdot 3 + 4 \cdot n = -3$;

10-3+4n=-3;

4n= -10;

<u>n= -2, 5</u>