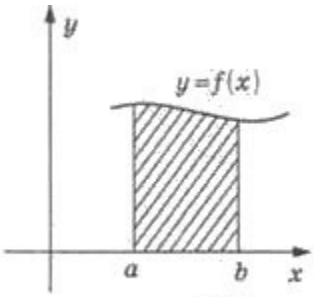
Урок 43

Тема : Обчислення площ криволінійних трапецій

Криволінійною трапецією називається фігура, обмежена графіком неперервної функції y = f(x), яка не змінює знак на відрізку [a;b], прямими x = a, x = b і відрізком [a; b]

Нехай на відрізку [a;b] осі абсцис задано неперервну функцію y = f(x), яка на цьому відрізку набуває лише тільки невід'ємні значення. Фігуру, обмежену графіком функції y = =f(x), віссю абсцис та прямими x = a, x = b називають криволінійною трапецією (мал. 113). Її площу S можна знайти за допомогою визначеного інтеграла

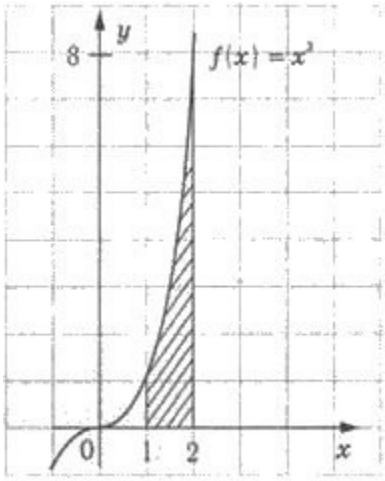


мал. 113

Приклад 1. Обчисліть площу криволінійної трапеції, обчисленої графіком функції f(x) = x^3 та прямими y = 0; x = 1; x = 2.

Розв'язання (мал. 114). Маємо

$$S = \int_1^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4}\Big|_1^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{1}{4} = 3\frac{3}{4} = 3{,}75\,.$$



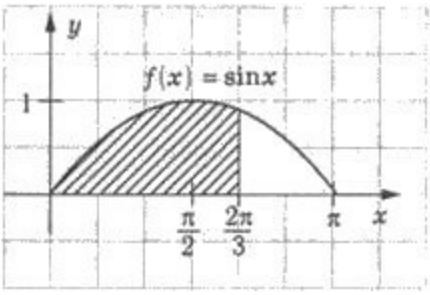
мал. 114

Приклад 2. Обчисліть площу криволінійної трапеції обмеженої графіком функції f(x) = sin x та прямими $y = 0;\ x = 0$ та $x = \frac{2\pi}{3}$.

Розв’язання (мал. 115). Маємо

$$S = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{2\pi}{3}} = -\cos\frac{2\pi}{3} - (-\cos) =$$

$$= \frac{1}{2} + 1 = 1{,}5\ .$$



мал. 115