

Тема уроку. Перерізи циліндра площинами.

Мета уроку: ознайомлення учнів з основними перерізами циліндра (переріз, паралельний до осі циліндра; переріз, перпендикулярний до осі циліндра).

Обладнання: моделі циліндрів.

II. Сприйняття й усвідомлення нового матеріалу

Теорема

Переріз циліндра площиною, паралельною його осі, є прямокутник (рис. 109).

Доведення

Дійсно, січна площина перетинає бічну поверхню циліндра по твірних AB і CD , які рівні і паралельні, крім того, $AB \perp AD$, $CD \perp AD$. Отже, чотирикутник $ABCD$ — прямокутник.

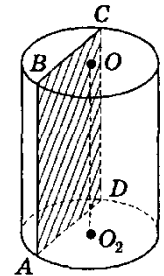


Рис. 109

Теорема

Переріз циліндра площиною, паралельною основам циліндра, є круг, який дорівнює основі (рис. 110).

Доведення

Дійсно, січна площина перетинає циліндр по колу, бо, якщо виконати паралельне перенесення уздовж осі циліндра, яке суміщає січну площину з площиною основи циліндра, то переріз суміститься з кругом

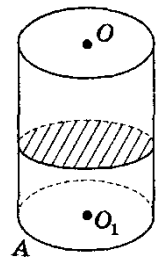


Рис. 110

Розв'язування задач. Розгляньте.

1. Висота циліндра 6 см, радіус основи 5 см. Знайдіть периметр перерізу, проведеного паралельно осі циліндра на відстані 4 см від неї.
(Відповідь. 24 см.)
2. Висота циліндра дорівнює 10 см. Площа перерізу циліндра площиною, паралельною осі циліндра і віддаленою на 9 см від неї, дорівнює 240 см^2 . Знайдіть радіус циліндра. (Відповідь. 15 см.)
3. У циліндрі проведено паралельно осі площину, яка відтинає від кола основи хорду, яку видно з центра цієї основи під кутом 120° . Висота циліндра дорівнює 10 см. Знайдіть площу перерізу, якщо січна площина віддалена від осі на 2 см. (Відповідь. $40\sqrt{3}$ см)

Розв'язування задач. Розгляньте.

1. Радіус циліндра дорівнює R , висота H , площа перерізу, паралельного осі, дорівнює S . На якій відстані від осі знаходиться площина перерізу?
(Відповідь. $\frac{\sqrt{4H^2R^2 - S^2}}{2H}$.)
2. Висота циліндра H , радіус основи R . Кінці даного відрізка лежать на колах двох основ, довжина відрізка дорівнює l . Знайдіть відстань від відрізка до осі циліндра. (Відповідь. $\frac{1}{2}\sqrt{4R^2 - l^2 + H^2}$.)
3. Задача № 6 (с. 95).
4. У циліндрі з основою радіуса R паралельно до його осі проведено площину, яка перетинає нижню основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під кутом 2α . Відрізок, який з'єднує центр верхньої основи циліндра з точкою кола нижньої основи, утворює з площиною основи кут β . Знайдіть площу перерізу. (Відповідь. $2R^2 \sin \alpha \operatorname{tg} \beta$.)