

Контрольна робота №3

Розгляньте, розберіть, запишіть.

Розв'язати рівняння

$$\log_{0,3} 5 = \log_{0,3} (3 - 2x)$$

$$\log_{0,3} 5 = \log_{0,3} (3 - 2x)$$

Розв'язання: Випишуємо обмеження на область допустимих значень логарифма (ОДЗ):

$$3 - 2x > 0 \rightarrow x < 1,5.$$

Наступним кроком при рівних основах прирівнюємо вирази під логарифмами

$$5 = 3 - 2x \rightarrow 2x = -2 \rightarrow x = -1.$$

Значення $x = -1$ задовільняє ОДЗ, отже є розв'язком логарифмічного рівняння.

Знайти розв'язки показникового рівняння

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2 - x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$$

Розв'язання: Перетворюємо праву сторону, щоб отримати справа і зліва від знаку рівності однакові основи в степенях

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2 - x} = \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

Далі при рівних основах прирівнюємо показники

$$x^2 - x = 6 \rightarrow$$

В результаті прийдемо до квадратного рівняння

$$x^2 - x - 6 = 0$$

корені якого знаходимо за теоремою Вієта

$$(x - 3)(x + 2) = 0.$$

Розв'язками показникового рівняння є значення $x = -2$; $x = -3$.

Знайти корені логарифмічного рівняння

$$\frac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1.$$

Розв'язання: Серед обмежень на ОДЗ слід відзначити наступні: в чисельнику змінна під логарифмом повинна бути більшою нуля, те саме стосується і знаменника. Також знаменник дробу не повинен дорівнювати нулю. Всі ці умови можемо записати системою нерівностей, з яких і визначаємо ОДЗ

$$\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4 > 0 \\ \lg(5x - 4) \neq 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 5x > 4 \\ \lg(5x-4) \neq \lg 1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x > 0,8 \rightarrow x \in (0,8;1) \cup (1;\infty) \\ x \neq 1 \end{cases}$$

На знайдених інтервалах шукаємо розв'язок рівняння. Перепишемо рівняння у вигляді

$$2\lg x = \lg(5x-4) \rightarrow$$

За властивістю логарифма рівняння рівносильне наступному

$$\lg x^2 = \lg(5x-4) \rightarrow$$

При рівних основах логарифма прирівнюємо функції

$$x^2 = 5x-4 \rightarrow$$

В результаті прийдемо до квадратного рівняння

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

розв'язок якого за теоремою Вієта

$$(x-4)(x-1) = 0$$

рівний $x=1$; $x=4$. Перший корінь не задовільняє ОДЗ, залишається єдиний розв'язок рівняння $x=4$.

Розв'язати рівняння

$2^{x-1} + 2^{x-3} + 2^{x-2} = 448$. Розв'язання: Зліва від знаку рівності маємо кілька доданків, що містять двійку в певному показнику. Є два способи спрощення - або виділити найстарший доданок або наймолодший та згрупувати доданки, що залишаються.

В результаті перетворимо показникові рівняння до простого вигляду

$$2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^{-3} + 2^x \cdot 2^{-2} = 448 \rightarrow$$

$$2^x \cdot (2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-2}) = 448 \rightarrow$$

$$2^x \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right) = 448 \rightarrow$$

$$2^x \cdot \frac{4+1+2}{8} = 448 \rightarrow$$

$$2^x \cdot \frac{7}{8} = 448 \rightarrow 2^x = 448 \cdot \frac{8}{7} = 512 \rightarrow$$

$$2^x = 2^9 \rightarrow x = 9.$$

Значення $x=9$ є розв'язком показникового рівняння